НЕСКОЛЬКО СПОСОБОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

Туманова С.В.

ст. Егорлыкская, МБОУ ЕСОШ № 11, 9 класс

Научный руководитель: Шаповалова Л.А., учитель математики, ст. Егорлыкская, МБОУ ЕСОШ № 11

В этом учебном году я познакомились с интересной теоремой, известной, как оказалось с древнейших времён:

«Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника равновелик сумме квадратов построенных на катетах».

Обычно открытие этого утверждения приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору (VI век до н.э). Но изучение древних рукописей показало, что это утверждение было известно задолго до рождения Пифагора.

Я заинтересовались, почему в таком случае её связывают с именем Пифагора.

Актуальность темы: Теорема Пифагора имеет огромное значение: применяется в геометрии буквально на каждом шагу. Я считаю, что труды Пифагора до сих пор актуальны, ведь куда бы мы ни посмотрели, везде можно увидеть плоды его великих идей, воплощенные в различные отрасли современной жизни.

Целью моего исследования было: узнать, кто такой был Пифагор, и какое отношение он имеет к этой теореме.

Изучая историю теоремы, я решила выяснить:

- Существуют ли другие доказательства этой теоремы?
- Каково значение этой теоремы в жизни людей?
- Какую роль сыграл Пифагор в развитии математики?

Рис. 1

Из биографии Пифагора

Пифагор Самосский – великий греческий учёный. Его известность связана с названием теоремы Пифагора. Хотя сейчас уже мы знаем, что эта теорема была известна в древнем Вавилоне за 1200 лет до Пифагора, а в Египте за 2000 лет до него был известен прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5, мы по-прежнему называем её по имени этого древнего учёного.

Про жизнь Пифагора достоверно почти ничего неизвестно, но с его именем связано большое количество легенд.

Пифагор родился в 570 году до н.э на острове Самос.

Пифагор имел красивую внешность, носил длинную бороду, а на голове золотую диадему. Пифагор – это не имя, а прозвище, которое философ получил за то, что всегда говорил верно и убедительно, как греческий оракул. (Пифагор – «убеждающий речью»).

В 550 году до н.э Пифагор принимает решение и отправляется в Египет. Итак, перед Пифагором открывается неизвестная страна и неведомая культура. Многое поражало и удивляло Пифагора в этой стране, и после некоторых наблюдений за жизнью египтян Пифагор понял, что путь к знаниям, охраняемым кастой жрецов, лежит через религию.

Рис. 2

После одиннадцати лет обучения в Египте Пифагор отправляется на родину, где по пути попадает в Вавилонский плен. Там он знакомится с вавилонской наукой, которая была более развита, чем египетская. Вавилоняне умели решать линейные, квадратные и некоторые виды кубических

уравнений. Сбежав из плена, он не смог долго оставаться на родине из-за царившей там атмосферы насилия и тирании. Он решил переселиться в Кротон (греческая колония на севере Италии).

Рис. 3

Именно в Кротоне начинается самый славный период в жизни Пифагора. Там он учредил нечто вроде религиозно-этического братства или тайного монашеского ордена, члены которого обязывались вести так называемый пифагорейский образ жизни.

Пифагор и пифагорейцы

Пифагор организовал в греческой колонии на юге Апенинского полуострова религиозно-этическое братство, типа монашеского ордена, который впоследствии назовут пифагорейским союзом. Члены союза должны были придерживаться определённых принципов: во-первых, стремиться к прекрасному и славному, во-вторых, быть полезными, в-третьих, стремиться к высокому наслаждению.

Система морально-этических правил, завещанная Пифагором своим ученикам, была собрана в своеобразный моральный кодекс пифагорейцев «Золотые стихи», которые пользовались большой популярностью в эпоху Античности, эпоху Средневековья и эпоху Возрождения.

Пифагорейская система занятий состояла из трёх разделов:

- учения о числах – арифметике,
- учения о фигурах – геометрии,
- учения о строении Вселенной – астрономии.

Система образования, заложенная Пифагором, просуществовала много веков.

Школа Пифагора много сделала, чтобы придать геометрии характер науки. Основной особенностью метода Пифагора было объединение геометрии с арифметикой.

Рис. 4

Пифагор много занимался пропорциями и прогрессиями и, вероятно, подобием фигур, так как ему приписывают решение задачи: «По данным двум фигурам построить третью, равновеликую одной из данных и подобную второй».

Пифагор и его ученики ввели понятие о многоугольных, дружественных, совершенных числах и изучали их свойства. Арифметика как практика вычислений не интересовала Пифагора, и он с гордостью заявил, что «поставил арифметику выше интересов торговца».

Членами пифагорейского союза были жители многих городов Греции.

В своё общество пифагорейцы принимали и женщин. Союз процветал более двадцати лет, а потом начались гонения на его членов, многие из учеников были убиты.

О смерти самого Пифагора ходило много самых разных легенд. Но учение Пифагора и его учеников продолжало жить.

Из истории создания теоремы Пифагора

В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако одни полагают, что именно Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих «Начал». С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в «Началах» принадлежит самому Евклиду. Как мы видим, история математики почти не сохранила достоверных конкретных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности.

Рис. 5

Исторический обзор теоремы Пифагора начнем с **древнего Китая.** Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5:

«Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4».

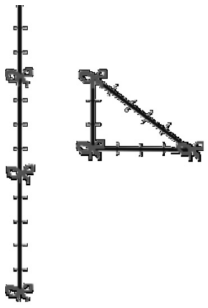


Рис. 6

Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиною в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра.

Геометрия у индусов была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 8 века до нашей эры. Наряду с чисто ритуальными предписаниями, существуют и сочинения геометрически теологического характера. В этих сочинениях, относящихся к 4 или 5 веку до нашей эры, мы встречаемся с построением прямого угла при помощи треугольника со сторонами 15, 36, 39.

В средние века теорема Пифагора определяла границу, если не наибольших возможных, то, по крайней мере, хороших математических знаний. Характерный чертеж теоремы Пифагора, который ныне иногда превращается школьниками, например, в облаченного в мантию профессора или человека цилиндре, в те времена нередко употреблялся как символ математики.

Рис. 7

В заключение приведем различные формулировки теоремы Пифагора в переводе с греческого, латинского и немецкого языков.

Евклида эта теорема гласит (дословный перевод):

«В прямоугольном треугольнике квадрат стороны, натянутой над прямым углом, равен квадратам на сторонах, заключающих прямой угол».

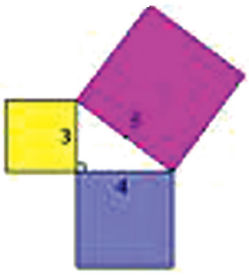


Рис. 8

Как видим, в разных странах и разных языках существуют различные варианты формулировки знакомой нам теоремы. Созданные в разное время и в разных языках, они отражают суть одной математической закономерности, доказательство которой также имеет несколько вариантов.

Пять способов доказательства теоремы Пифагора

Древнекитайское доказательство

На древнекитайском чертеже четыре равных прямоугольных треугольника с катетами **a, b** и гипотенузой с уложены так, что их внешний контур образует квадрат со

стороной **a + b**, а внутренний – квадрат со стороной **c**, построенный на гипотенузе

$$(a+b)^2 = c^2 + \frac{ab}{2}\cdot 4$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

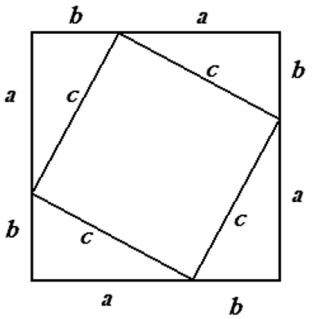


Рис. 9

Доказательство Дж. Гардфилда (1882 г.)

Расположим два равных прямоугольных треугольника так, чтобы катет одного из них был продолжением другого.

Площадь рассматриваемой трапеции находится как произведение полусуммы оснований на высоту

$$S = \frac{a+b}{2}\cdot(a+b)$$

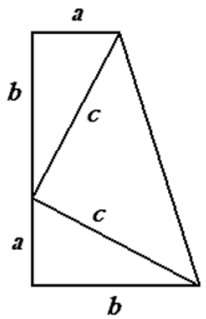


Рис. 10

С другой стороны, площадь трапеции равна сумме площадей полученных треугольников:

$$S = \frac{ab}{2}\cdot 2 + \frac{c^2}{2}$$

Приравнивая данные выражения, получаем:

$$\frac{2ab}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{(a+b)^2}{2}$$

или

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Доказательство простейшее

Это доказательство получается в простейшем случае равнобедренного прямоугольного треугольника.

Вероятно, с него и начиналась теорема.

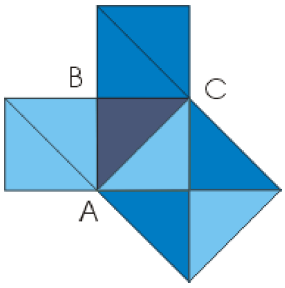


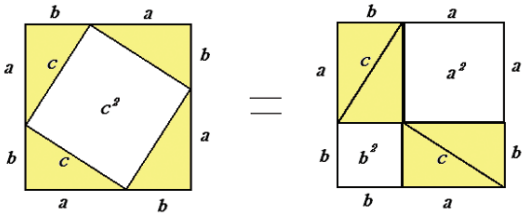
Рис. 11

В самом деле, достаточно просто посмотреть на мозаику равнобедренных прямоугольных треугольников, чтобы убедиться в справедливости теоремы.

Например, для треугольника ABC: квадрат, построенный на гипотенузе AC, содержит 4 исходных треугольника, а квадраты, построенные на катетах, – по два. Теорема доказана.

Доказательство древних индусов

Квадрат со стороной $(a + b)$, можно разбить на части либо как на рис. 12. а, либо как на рис. 12, б. Ясно, что части **1, 2, 3, 4** на обоих рисунках одинаковы. А если от равных (площадей) отнять равные, то и останутся равные, т.е. $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.



а) *б)*

Рис. 12

Доказательство Евклида

В течение двух тысячелетий наиболее распространенным было доказательство тео-

ремы Пифагора, придуманное Евклидом. Оно помещено в его знаменитой книге «Начала».

Евклид опускал высоту ВН из вершины прямого угла на гипотенузу и доказывал, что её продолжение делит достроенный на гипотенузе квадрат на два прямоугольника, площади которых равны площадям соответствующих квадратов, построенных на катетах.

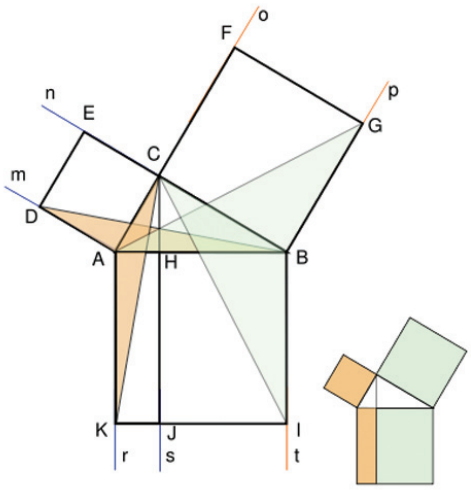


Рис. 13

Чертёж, применяемый при доказательстве этой теоремы, в шутку называют «пифагоровы штаны». В течение долгого времени он считался одним из символов математической науки.

Применение теоремы Пифагора

Значение теоремы Пифагора состоит в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии и решить множество задач. Кроме этого, практическое значение теоремы Пифагора и обратной ему теоремы заключается в том, что с их помощью можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Это как бы открывает путь от прямой к плоскости, от плоскости к объемному пространству и дальше. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях.

Заключение

Теорема Пифагора настолько известна, что трудно представить себе человека, не слышавшего о ней. Я узнала, что существует несколько способов доказательства теоремы Пифагора. Я изучила ряд исторических и математических источников, в том числе информацию в Интернете, и поняла, что теорема Пифагора интересна не только своей историей, но и тем, что она занимает важное место в жизни и науке. Об этом свидетельствуют приведённые мной в данной работе различные трактовки текста этой теоремы и пути её доказательств.

Итак, теорема Пифагора – одна из главных и, можно сказать, самая главная теорема геометрии. Значение ее состоит в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии. Теорема Пифагора замечательна и тем, что сама по себе она вовсе не очевидна. Например, свойства равнобедренного треугольника можно видеть непосредственно на чертеже. Но сколько ни смотри на прямоугольный треугольник, никак не увидишь, что между его сторонами есть простое соотношение: $c^2 = a^2 + b^2$. Поэтому для её доказательства часто используют наглядность. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он дал полноценное научное доказательство этой теоремы. Интересна личность самого учёного, память о котором неслучайно сохранила эта теорема. Пифагор – замечательный оратор, учитель и воспитатель, организатор своей школы, ориентированной на гармонию музыки и чисел, добра и справедливости, на знания и здоровый образ жизни. Он вполне может служить примером для нас, далёких потомков.

Список литературы

1. Глейзер Г.И. История математики в школе VII – VIII классы, пособие для учителей, – М: Просвещение, 1982.

2. Демпан И.Я., Виленкин Н.Я. «За страницами учебника математики» Пособие для учащихся 5-6 классов. – М.: Просвещение, 1989.

3. Зенкевич И.Г. «Эстетика урока математики». – М.: Просвещение, 1981.

4. Литцман В. Теорема Пифагора. – М., 1960.

5. Волошинов А.В. «Пифагор». – М., 1993.

6. Пичурин Л.Ф. «За страницами учебника алгебры». – М., 1990.

7. Земляков А.Н. «Геометрия в 10 классе». – М., 1986.

8. Газета «Математика» 17/1996.

9. Газета «Математика» 3/1997.

10. Антонов Н.П., Выгодский М.Я., Никитин В.В., Санкин А.И. «Сборник задач по элементарной математики». – М., 1963.

11. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. «Пособие по математике». – М., 1973.

12. Щетников А.И. «Пифагорейское учение о числе и величине». – Новосибирск, 1997.

13. «Действительные числа. Иррациональные выражения» 8 класс. Издательство Томского университета. – Томск, 1997.

14. Атанасян М.С. «Геометрия» 7-9 класс. – М.: Просвещение, 1991.

15. URL: www.moypifagor.narod.ru/

16. URL: http://www.zaitseva-irina.ru/html/f1103454849.html.