РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПЕРЕЛИВАНИЯ МЕТОДОМ БИЛЛИАРДНОГО ШАРА

Очнев В.В.

г. Екатеринбург, МАОУ СОШ № 117, 6 класс

Научный руководитель: Малыгина Т.В., г. Екатеринбург, учитель математики, МАОУ СОШ № 117

Данная статья является реферативным изложением основной работы. Полный текст научной работы, приложения, иллюстрации и иные дополнительные материалы доступны на сайте II Международного конкурса научно-исследовательских и творческих работ учащихся «Старт в науке» по ссылке: <https://www.school-science.ru/2017/7/27614>.

С помощью математики мы исследуем окружающий мир и продвигаем технический прогресс. И конечный результат деятельности людей зависит, в частности, от того, как совершается данный процесс, какие способы, приемы, средства при этом применяются. Многие люди не являясь математиками, но, так или иначе используют математические приемы и методы, при этом упрощая свою работу в практической жизни.

Например, решая проблемы на переливания.

Однажды на факультативе решали задачу на переливание «как, используя два сосуда 5 л и 3 л, налить 7 л?» методом рассуждения. Показалось, сложно на первый взгляд. Куда наливать, в какой сосуд сначала? Что дальше? Решение задачи заняло почти 20 минут, и не сразу класс пришел к верной цепочке умозаключений. Вскоре такие задачи мы решали на школьном туре олимпиад. **Проблема** как научиться решать и решать быстро такие задачи привела нас к поиску более простых методов, чем метод рассуждений.

Изучая информационные источники, оказалось, что есть метод бильярдного шара. Даже название метода заинтриговало. В чем состоит этот способ решения задач на переливания? Есть ли еще другие методы? Какой самый универсальный, применим к любым задачам, простой в применении и на практике?

Так возникло решение написать учебный проект на тему «Решение задач на переливание методом бильярдного шара».

Актуальность данного учебного проекта состоит в том, что результат исследования применения разных методов решения задач на переливания поможет обстоятельно ответить на вопрос, какой способ самый универсальный и простой, какой применим

на практике, в жизни, на уроках математики, при решении олимпиадных задач 5-6 классов.

Объект исследования – логические задачи на переливания.

Предмет исследования – методы решения задач на переливания.

Цель исследования: исследовать разные способы решения задач на переливания и определить универсальность одного из них.

Гипотеза: метод бильярдного шара является универсальным.

Для достижения поставленной цели исследования необходимо было решить следующие задачи:

1. На основе анализа научно-методической литературы по проблеме исследования выявить все методы решения задач на переливания;

2. Использовать все способы для решения задач такого рода;

3. Провести анализ способов и доказать универсальность одного из способов решения задач на переливания;

4. Проверить применение универсального способа на решении других задач и для других участников учебного процесса.

5. Намечить пути использования универсального способа в учебном процессе.

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы работы:**

– теоретический анализ научной и научно-популярной литературы по данному вопросу;

– анализ методов решения задач на переливания и сравнение методов по предложенным критериям;

– экспериментальная проверка и доказательство универсальности метода бильярдного шара;

– статистическая обработка результатов исследования.

Практическая значимость учебного проекта состоит в том, что

– обоснована универсальность метода бильярдного шара;

– разработано учебное пособие к решению задач на переливания;

– выявление универсальности метода бильярдного шара может быть использовано для повышения эффективности методи-

ки обучения решению задач на переливание в факультативном курсе по математике.

Задачи на переливания и способы их решения

В жизни каждого человека встречались задачи, где было необходимо налить определенной количество жидкости, не имея нужной мерки. В такой ситуации в ход идут сосуды разной емкости. Как с помощью этих емкостей отлить нужное количество жидкости? Это задачи решаются человеком, в основном, логически. Но есть интересный метод решения таких задач называемый методом бильярдного шара.

Из истории вопроса

Проследив историю бильярда и соответствующего математического метода на основе разных информационных источников, отметим следующее.

А к началу XX столетия игра в бильярд (катание шаров) становится в России едва ли не любимой забавой горожан.

Подобно тому, как азартная игра в кости вызвала к жизни «исчисление» вероятностей, игра в бильярд послужила предметом серьезных научных исследований по механике и математике.

Изучая проблему бильярда, ученые-математики задались вопросом, какой может быть траектория этого шарика? Поиски ответа на этот вопрос и послужили появлению теории математического бильярда или теории траекторий.

Но математическая теория бильярдного шара была создана не сразу. Попытки исследовать математический базис бильярдной игры предпринимались неоднократно.

Так в 1835 году французский физик Гаспар Густав Кориолис за год до избрания его академиком Парижской академии наук написал книгу «*Theorie mathematique du jeu de billard*» («Математическая теория явлений бильярдной игры»). Однако работа Кориолиса, в которой автор использовал элементы теории вероятностей, теории пределов и общего анализа, не заинтересовала ни игроков, ни математиков. Лишь через 150 лет теория бильярда стала неотъемлемой частью эргодической теории и теории динамических систем, соединяя разные разделы математики.

С 70-х годов XX столетия современная теория бильярдов в России является одним из актуальных направлений математической физики. Ее основы были заложены советским математиком Яковом Григорьевичем Синаем и его школой.

Методы исследования бильярдных систем (например, анализ поведения би-

льярдных траекторий), с одной стороны, примыкают к традиционной геометрии, а с другой – лежат на стыке отраслей современной математики – теории чисел, топологии, эргодической теории и теоретической механики. Будучи, как правило, вполне элементарными, эти методы позволяют получить далеко не элементарные и интересные выводы. В частности, оказалось, что бильярдная траектория помогает решать задачи на переливания.

Анализ литературы по вопросу

Рассматривая научную и научно-популярную литературу по данному вопросу, можно выделить труды ученых Гальперина Г.А. и Землякова А.Н., которые рассматривали траектории движения бильярдного шара.

Из интернет-источников можно выделить несколько научных статей, но ни в одной из них не рассматривается доказательство универсальности метода бильярдного шара, только упоминание или разбор задачи этим методом.

В интернете имеется презентация и работы трех школьников по данному вопросу.

В первой работе показано как используется метод бильярда на одной задаче, во второй – разобраны несколько задач этим методом, составлена программа для решения задач на переливание. В третьей работе подробно разобран метод бильярда, в основном, повторяя труды Гальперина Г.А. и Землякова А.Н. Ни в одной работе не была доказана универсальность метода бильярда по сравнению с другими методами.

Есть несколько познавательных сайтов предлагающих информацию о задачах на переливания или решении логических задач, где рассматривается метод бильярда при решении задач на переливание.

Итак, я изучил разные источники информации, они приведены в разделе Литература. Это и научные статьи, и научно-популярные статьи, интернет статьи, интернет сайты по решению логических задач. Познакомился с проектными работами учащихся по данному вопросу. В этих работах решено и предлагается решить несколько задач на переливание методом бильярдного шара, но ни в одной работе, статье не приведено доказательство универсальности метода бильярда.

Поэтому захотелось не просто изучить разные методы решения задач на переливание, но и доказать гипотезу «метод бильярдного шара является универсальным».

Задачи на переливания постоянно даются на олимпиадах 5-7 классов. Умение решать такие задачи быстро и послужило поводом создать этот проект. Олимпиадные

задачи на школьном туре я решал методом рассуждений. А какие же еще существуют способы решения таких задач, есть ли среди них самый простой, не требующий для решения много времени?

Четыре способа решения задач на переливание

Изучая научно-популярную литературу, я узнал, что существуют 4 способа решения логических задач на переливания:

- Метод рассуждений;
- Метод блок-схем;
- Метод таблиц;
- Метод бильярдного шара.

Расскажу немного подробнее о каждом способе.

Метод бильярдного шара

Бильярдный стол можно представить в виде различных плоских фигур, окружности, эллипса, и даже в виде пространственных. Мы же будем рассматривать математическую модель бильярдного шара только как горизонтальный бильярдный стол в виде параллелограмма, но без луз. По этому столу без трения движется точечный шар, абсолютно упруго отражаясь от бортов. Проходя по линиям параллелограмма по нанесенной сетке правильных треугольников, он попадает во все точки на сторонах параллелограмма (кроме точки, противоположной начальной).

В задачах на переливания горизонтальная и вертикальная сторона параллелограмма по длине означают вместимость данных двух пустых сосудов. Каждая такая точка на стороне параллелограмма имеет две координаты, что означает количество воды, налитое в каждый сосуд.

Доказана теорема Биркгофа: у бильярда в любой выпуклой области Q на плоскости, ограниченной замкнутой гладкой кривой Γ , существуют периодические бильярдные траектории с любым числом звеньев.

Иными словами сказать: мы всегда решим любую задачу на переливание, обойдя весь параллелограмм от точки O , и возвратившись в точку O .

Так, используя схему бильярдного стола в виде параллелограмма, можно проследить сразу два способа решения задач на переливания, имея сосуды в 3 и 5 литров: 1 – налить сначала в сосуд 3 л, 2 – налить сначала в сосуд 5 л. Да еще и виден путь ответа на сразу все вопросы: как, имея пустые сосуды в 3 л и 5 л, отмерить 1 л, 2 л, 3 л, 4 л, 5 л, 6 л, 7 л?

Имея сосуды 3 л и 5 л, мы можем налить самое большое количество жидкости $5 + 3 = 8$. Т.е., видим, что налить 9 л, имея

сосуды в 3 л и 5 л, мы уже не сможем. Но есть другие задачи с другими начальными данными – вместимостью пустых сосудов, когда можно налить нужное количество жидкости. Поэтому необходимо каждый раз помнить условие разрешимости задач на переливание.

Рассматриваемая литература приводит нас к выводу, что существуют 4 метода решения задач на переливания, из них один способ – метод бильярдного шара – указывается как универсальный, но попыток доказательства нигде в литературе не приводится. Говорят «очевидно, что...». И рациональность, и универсальность метода бильярдного шара раскрывается посредством разбора нескольких конкретных примеров без сравнения с тремя другими. Поэтому я решил в своем проекте в следующей главе рассмотреть доказательство универсальности метода бильярдного шара по выбранным мной критериям.

Заключение

Результатом проекта является **доказательство** гипотезы об универсальности метода бильярдного шара для решения задач на переливания одним из методов статистической обработки данных анкетирования. Цель исследования достигнута, исследования проведены, все поставленные задачи выполнены.

Выявлена **практическая значимость проекта**, которая заключается в использовании простого приема для решения практических задач на переливания, на пересыпание как в жизни, так и в учебном процессе в рамках факультативных занятий по математике в 6 классе, при подготовке к олимпиадам. Созданный макет бильярдного стола оформлен как учебное пособие для решения задач подобного рода. Он помогал мне и поможет учащимся в дальнейшем решать различные задачи на переливания быстро и многократно.

Знание метода бильярдного шара может даже не посвященным в математику, тем, кто работает с растворами, сыпучими веществами и др. (домохозяйкам, в аптечном производстве, в строительстве, в сельском хозяйстве).

И, если бы знали Брюс Уиллис и его напарник метод бильярдного шара, они явно бы использовали данный метод для решения той задачи, которую задал им преступник в фильме «Крепкий орешек 3».

Как и где применяется метод бильярдного шара в других областях математики – об этом я **решил узнать** в 8-10 классах. И уж точно смогу в будущем **написать программу** для задач на переливания на уроках программирования.