

## ФОРМУЛА ПИКА

Габбазов Н.Н.

г. Нурлат, МАОУ СОШ №1, 6 класс

Научный руководитель: Гибадуллина Г.И., МАОУ СОШ №1

Я ученик 6 класса. Изучать геометрию начал ещё с прошлого года, ведь занимаюсь я в школе по учебнику «Математика. Арифметика. Геометрия» под редакцией Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева и другие.

Наибольшее мое внимание привлекли темы «Площади фигур», «Составление формул». Я заметил, что площади одних и тех же фигур можно находить различными способами. В быту мы часто сталкиваемся с задачами нахождения площади. Например, найти площадь пола, который придется покрасить. Любопытно ведь, чтобы купить необходимое количество обоев для ремонта, нужно знать размеры комнаты, т.е. площадь стен. Вычисление площади квадрата, прямоугольника и прямоугольного треугольника не вызывало у меня затруднений.

Заинтересовавшись этой темой, я начал искать дополнительный материал в Интернете. В результате поисков я натолкнулся на формулу Пика – это формула для вычисления площади многоугольника, нарисованного на клетчатой бумаге. Вычисление площади по этой формуле мне показалось доступным любому ученику. Именно поэтому я решил провести исследовательскую работу.

**Актуальность темы.** Данная тема является дополнением и углублением изучения курса геометрии.

Изучение данной темы поможет лучше подготовиться к олимпиадам и экзаменам.

### Цель работы:

1. Ознакомиться с формулой Пика.
2. Овладеть приемами решений геометрических задач с использованием формулы Пика.
3. Систематизировать и обобщить теоретический и практический материалы.

### Задачи исследования:

1. Проверить эффективность и целесообразность применения формулы при решении задач.
2. Научиться применять формулу Пика в задачах разной сложности.
3. Сравнить задачи, решенные с помощью формулы Пика и традиционным способом.

### Основная часть

#### Историческая справка

**Георг Александр Пик** – австрийский математик, родился 10 августа 1859 года. Он

был одарённым ребёнком, его обучал отец, возглавлявший частный институт. В 16 лет Георг закончил школу и поступил в Венский университет. В 20 лет получил право преподавать физику и математику. Всемирную известность ему принесла формула для определения площади решетки полигонов. Свою формулу он опубликовал в статье в 1899 году. Она стала популярной, когда польский ученый Хьюго Штейнгауз включил ее в 1969 году в издание математических снимков.

Георг Пик получил образование в Венском университете и защитил кандидатскую в 1880 году. После получения докторской степени он был назначен помощником Эрнеста Маха в Шерльско-Фердинандском университете в Праге. Там же он стал преподавателем. Он оставался в Праге до своей отставки в 1927 году, а затем вернулся в Вену.

Пик возглавлял комитет в немецком университете Праги, который назначил Эйнштейна профессором кафедры математической физики в 1911 году.

Он был избран членом Чешской академии наук и искусств, но был исключен после захвата нацистами Праги.

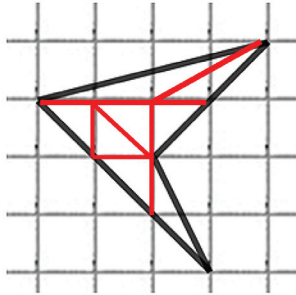
Когда нацисты вошли в Австрию 12 марта 1938 года, он вернулся Прагу. В марте 1939 года нацисты вторглись в Чехословакию. 13 июля 1942 года Пик был депортирован в созданный нацистами в северной Чехии лагерь Терезиенштадт, где умер две недели спустя в возрасте 82 лет.

### Исследование и доказательство

Свою исследовательскую работу я начал с выяснения вопроса: площади каких фигур я смогу найти? Составить формулу для вычисления площади различных треугольников и четырехугольников я мог. А как же быть с пяти-, шести-, и вообще с многоугольниками?

В ходе исследования на различных сайтах я увидел решения задач на вычисление площади пяти-, шести-, и других многоугольников. Формула, позволяющая решать данные задачи, называлась формулой Пика. Она выглядит так:  $S = B + G/2 - 1$ , где  $B$  – количество узлов, лежащих внутри многоугольника,  $G$  – количество узлов, лежащих на границе многоугольника. Особенность данной формулы состоит в том, что её мож-

но применять только для многоугольников, нарисованных на клетчатой бумаге.



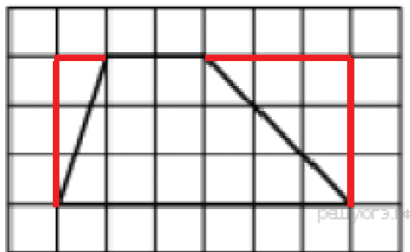
Любой такой многоугольник легко разбить на треугольники с вершинами в узлах решётки, не содержащие узлов ни внутри, ни на сторонах. Можно показать, что площади всех этих треугольников одинаковы и равны  $\frac{1}{2}$ , а следовательно, площадь многоугольника равна половине их числа  $T$ .

Чтобы найти это число, обозначим через  $n$  число сторон многоугольника, через  $B$  – число узлов внутри него, через  $\Gamma$  – число узлов на сторонах, включая вершины. Общая сумма углов всех треугольников равна  $180^\circ \cdot T$ .

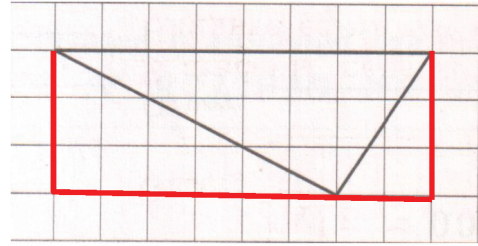
Теперь найдем сумму другим способом. Сумма углов с вершиной в любом внутреннем узле составляет  $2 \cdot 180^\circ$ , т.е. общая сумма углов равна  $360^\circ \cdot B$ ; общая сумма углов при узлах на сторонах, но не в вершинах равна  $(\Gamma - n)180^\circ$ , а сумма углов при вершинах многоугольника будет равна  $(\Gamma - 2)180^\circ$ . Таким образом,  $T = 2 \cdot 180^\circ \cdot B + (\Gamma - n)180^\circ + (\Gamma - 2)180^\circ$ . Выполнив раскрытие скобок и разделив на  $360^\circ$ , получаем формулу для площади  $S$  многоугольника, известную как формула Пика.

**Практическая часть**

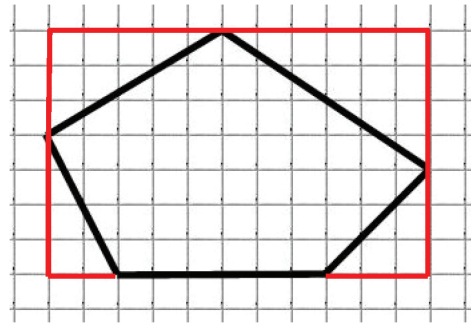
Эту формулу решил проверить на заданиях из сборника ОГЭ-2017. Взял задачи на вычисление площади треугольника, четырехугольника и пятиугольника. Решил сравнить ответы, решая двумя способами: 1) дополнил фигуры до прямоугольника и из площади полученного прямоугольника вычел площадь прямоугольных треугольников; 2) применил формулу Пика.



$S = 18 - 1,5 - 4,5 = 12$  и  $S = 7 + 12/2 - 1 = 12$ .



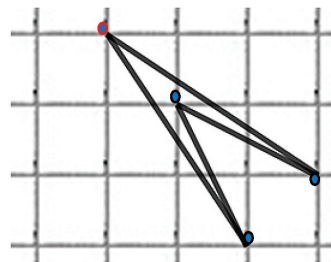
$S = 24 - 9 - 3 = 12$  и  $S = 7 + 12/2 - 1 = 12$ .



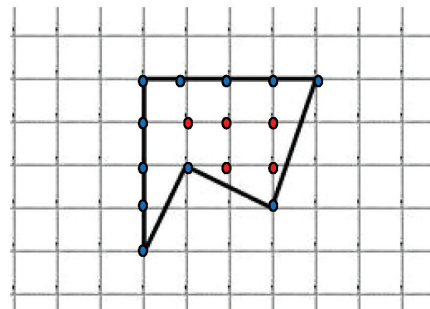
$S = 77 - 7,5 - 12 - 4,5 - 4 = 49$   
и  $S = 43 + 14/2 - 1 = 49$ .

Сравнив полученное, делаю вывод, что обе формулы дают один и тот же ответ. Найти площадь фигуры по формуле Пика, оказалось быстрее и легче, ведь вычислений было меньше. Легкость решения и экономия времени на вычислениях мне пригодятся в будущем при сдаче ОГЭ.

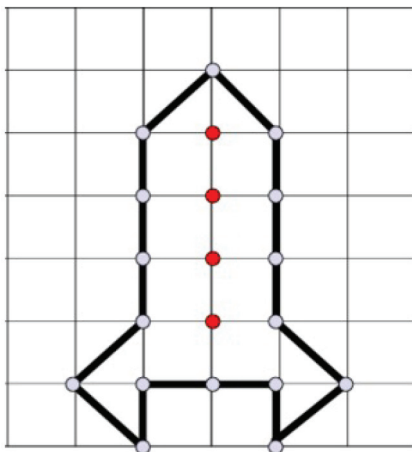
Это подтолкнуло меня на проверку возможности применения формулы Пика на более сложных фигурах.



$S = 0 + 4/2 - 1 = 1$



$S = 5 + 11/2 - 1 = 9,5$



$$S = 4 + 16/2 - 1 = 1$$

### Заключение

Формула Пика проста в понимании и удобна в применении. Во-первых, достаточно уметь считать, делить на 2, складывать и вычитать. Во-вторых, можно найти площадь и сложной фигуры, не затратив много времени. В-третьих, эта формула работает для любого многоугольника.

Недостаток в том, что Формула Пика применима только для фигур, которые нарисованы на клетчатой бумаге и вершины лежат на узлах клеток.

Я уверен, что при сдаче выпускных экзаменов, задачи на вычисление площади фигур не будут вызывать затруднения. Ведь я уже знаком с формулой Пика.

### Список литературы

1. Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс: учебн. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе -3-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 223, [1] с. : ил. – (Сферы).
2. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В., Минаева С.С. и др. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учебн. для общеобразоват. организаций. 5-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 240 с.: ил. – (Сферы).
3. Васильев Н.Б. Вокруг формулы Пика // Квант. – 1974. – №2. – С. 39–43.
4. Рассолов В.В. Задачи по планиметрии. 5-е изд., испр. и доп. – М.: 2006. – 640 с.
5. Ященко И.В. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 0-39 36 вариантов – М.: Изд-во «Национальное образование», 2017. – 240 с. – (ОГЭ. ФИПИ – школе).
6. Решу ОГЭ: математика. Обучающая система Дмитрия Гущина. ОГЭ-2017: задания, ответы, решения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://oge.sdangia.ru/test?id=6846966> (дата обращения 02.04.2017).