

Научно-исследовательская работа

Предмет – Математика

**Тема работы**

*«Возводить в квадрат легко и просто»*

***Выполнила:***

*Шмакова Алина Романовна*

учащаяся 6А класса

Муниципального образовательного учреждения-Средней общеобразовательной школы №22 п. Беркакит Нерюнгринского района Республики Саха (Якутия)

***Руководитель:***

*Лаптева Татьяна Павловна*

Учитель математики МОУ СОШ №22 п. Беркакит

## **Введение.**

Математика – очень древняя наука. Многие понятия, правила, законы, формулы уже известны давно, и открыть что-то новое, просто невозможно. Всё равно на уроке математики мы открываем для себя новые знания. Из года в год наши знания увеличиваются. Например, при изучении темы «Степень» узнали, что произведение одинаковых множителей можно записать, как степень данного числа. Так мы познакомились с квадратом и кубом числа.

Устно возводить в квадрат однозначное число легко, для этого надо знать всего лишь таблицу умножения. А как устно возвести в квадрат двузначное число, меня очень заинтересовало.

Умея это выполнять, мы откажемся от письменного умножения. Конечно, можно посмотреть в таблицу квадратов, но она не всегда под руками.

*Цель проекта:* Поиск приёмов быстрого возведения чисел в квадрат.

*Задачи:* 1) Познакомиться с историей возникновения степени числа.

2) Изучить приёмы быстрого возведения чисел в квадрат.

3) Вывести свой способ возведения чисел в квадрат.

4) Выбрать из всех самый оптимальный способ.

*Гипотеза:* Применение приёмов быстрого возведения чисел в квадрат облегчает вычисления, повышает вычислительную культуру учащихся. Возводить в квадрат легко и просто.

*Объект исследования:* приёмы быстрого возведения чисел в квадрат.

*Методы исследования:* Анализ литературы. Поисковый метод. Сравнение.

*Актуальность проекта:* Во все времена умение производить в уме различные вычисления вызывает восхищение, это отличное упражнение, позволяющее поддержать мозг в состоянии «боевой готовности»[1]. Освоение способов устного возведения чисел в квадрат усиливает интерес к математике, развивает внимание, мышление, память, эрудицию и математические способности.

## **История возникновения квадрата числа.**

Сложение, вычитание, умножение и деление идут первыми в списке арифметических действий. У математиков не сразу сложилось представление о **возведении в степень** как о самостоятельной операции, хотя в самых древних математических текстах Древнего Египта и Междуречья встречаются задачи на **вычисление степеней**[5].

В своей знаменитой «Арифметике» Диофант Александрийский [2] описывает первые натуральные степени чисел так:

«Все числа... состоят из некоторого количества единиц; ясно, что они продолжают, увеличиваясь до бесконечности. ...среди них находятся: квадраты, получающиеся от умножения некоторого числа самого на себя; это же число называется стороной квадрата, затем кубы, получающиеся от умножения квадратов на их сторону, далее квадрато-квадраты — от умножения квадратов самих на себя, далее квадрато-кубы, получающиеся от умножения квадрата на куб его стороны, далее кубо-кубы — от умножения кубов самих на себя».

Прошло много времени и у Рене Декарта[3] в его «Геометрии» (1637) мы находим современное обозначение степеней  $a^n$ ,  $a^2$ ,... Любопытно, что Декарт считал, что  $a^2$  не занимает больше места, чем  $a^2$  и не пользовался этим обозначением при записи произведения двух одинаковых множителей.

Немецкий ученый Лейбниц[4] считал, что упор должен быть сделан на необходимости применения символики для всех записей произведений одинаковых множителей и применял знак  $a^2$ [5].

## **Приёмы быстрого возведения чисел в квадрат.**

Учись считать быстро! Для овладения этим навыком любому человеку нужны:

- Способности;
- Алгоритмы;
- Тренировка;
- Опыт.


Давайте познакомимся с некоторыми приёмами возведения в квадрат **двузначных чисел**, которые выполняются почти мгновенно[1].

### **Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 5.**

1)  $35^2 = 3 \cdot (3 + 1) \cdot 100 + 5 \cdot 5 = 1200 + 25 = 1225.$

2)  $75^2 = 5600 + 25 = 5625.$

3)  $85^2 = 7225.$

 Чтобы возвести в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5, надо умножить количество его десятков на следующее за ним число и приписать к произведению 25.


### **Возведение в квадрат числа, первая цифра которого равна 5.**

1)  $52^2 = (5 \cdot 5 + 2) \cdot 100 + 2 \cdot 2 = 2700 + 4 = 2704.$

2)  $54^2 = (25 + 4) \cdot 100 + 16 = 2916.$

3)  $58^2 = 3300 + 64 = 3364.$

4)  $51^2 = 2601.$

 Чтобы возвести в квадрат двузначное число, первая цифра которого равна 5, надо к 25 прибавить число единиц и приписать квадрат числа единиц.


➤ Если квадрат числа единиц является однозначным числом, то перед ним записать цифру нуль.

### **Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 1.**

1)  $71^2$ ;  $71 \rightarrow 70 \rightarrow 70^2 = 4900$ ;  $71^2 = 4900 + 71 + 70 = 5041.$

2)  $41^2 = 1600 + 41 + 40 = 1881.$

3)  $81^2 = 6400 + 161 = 6561.$


 При возведении в квадрат числа, оканчивающегося на 1, нужно округлить число до десятков, возвести новое число в квадрат, и прибавить к этому квадрату исходное число и число, полученное при округлении.

### **Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 9.**

1)  $59^2$ ;  $59 \rightarrow 60 \rightarrow 60^2 = 3600$ ;  $59^2 = 3600 - 60 - 59 = 3600 - 119 = 3481.$

2)  $29^2 = 900 - 29 - 30 = 841.$

3)  $79^2 = 6400 - 159 = 6241.$


 При возведении в квадрат числа, оканчивающегося на 9, нужно его округлить до десятков, возвести новое число в квадрат и из этого квадрата вычесть исходное число и число, полученное при округлении.

### **Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 4.**

1)  $84^2$ ;  $84 \rightarrow 85 \rightarrow 85^2 = 7225$ ;  $84^2 = 7225 - 84 - 85 = 7225 - 169 = 7056$ .

2)  $34^2 = 1225 - 34 - 35 = 1225 - 69 = 1156$ .

3)  $74^2 = 5625 - 149 = 5476$ .


 При возведении в квадрат числа, оканчивающегося на 4, нужно заменить цифру 4 на 5, возвести новое число в квадрат и из этого квадрата вычесть исходное число и число, полученное заменой 4 на 5.

### **Возведение в квадрат числа, оканчивающегося на 6.**

1)  $56^2$ ;  $56 \rightarrow 55 \rightarrow 55^2 = 3025$ ;  $56^2 = 3025 + 56 + 55 = 3025 + 111 = 3136$ .

2)  $36^2 = 1225 + 36 + 35 = 1296$ .

3)  $76^2 = 5625 + 151 = 5776$ .

 При возведении в квадрат числа, оканчивающегося на 6, нужно заменить цифру 6 на 5, возвести новое число в квадрат, и прибавить к этому квадрату исходное число и число, полученное заменой 6 на 5.


### **Возведение в квадрат числа, близкого к 50.**

а) Для чисел от 40 до 50 (числа пятого десятка). Опорное число – 15.

1)  $44^2 = (15 + 4) \cdot 100 + (50 - 44)^2 = 1900 + 36 = 1936$ .

2)  $43^2 = 18 \cdot 100 + 7^2 = 1800 + 49 = 1849$ .

3)  $48^2 = 2300 + 4 = 2304$ .

 Чтобы возвести в квадрат числа пятого десятка (41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49), надо к числу 15 прибавить число единиц числа, затем к полученной сумме приписать квадрат дополнения данного числа до 50.

б) Для чисел от 25 до 40 и до 50. Опорное число – 25.

1)  $37^2 = (37 - 25) \cdot 100 + (50 - 37)^2 = 12 \cdot 100 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$ .

Для этого приёма надо знать квадраты чисел от 1 до 25.

2)  $28^2 = 3 \cdot 100 + 22^2 = 300 + 484 = 784$ .

3)  $46^2 = 2100 + 16 = 2116$ .

4)  $39^2 = 1400 + 121 = 1521$ .

✚ Чтобы возвести в квадрат число от 25 до 50, надо из данного числа вычесть 25, результат умножить на 100 и прибавить квадрат дополнения данного числа до 50.

в) Для чисел от 50 до 60 (числа шестого десятка). Опорное число – 25.

$$1) 57^2 = (25 + 7) \cdot 100 + (57 - 50)^2 = 32 \cdot 100 + 7^2 = 3200 + 49 = 3249.$$

$$2) 52^2 = 2700 + 4 = 2704.$$

$$3) 59^2 = 3481.$$

✚ Чтобы возвести в квадрат число шестого десятка (51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59), надо к 25 прибавить число единиц, затем к полученной сумме приписать квадрат разности данного числа и 50.

➤ Если квадрат числа единиц является однозначным числом, то перед ним записать цифру нуль.

г) Для чисел от 50 до 60 и до 75. Опорное слово – 25.

Для этого приёма надо знать квадраты чисел от 1 до 25.

$$1) 58^2 = (58 - 25) \cdot 100 + (58 - 50)^2 = 33 \cdot 100 + 8^2 = 3300 + 64 = 3364.$$

$$2) 71^2 = 46 \cdot 100 + 21^2 = 4600 + 441 = 5041.$$

✚ Чтобы возвести в квадрат числа от 50 до 75, надо из данного числа вычесть 25, результат умножить на 100 и прибавить квадрат разности данного числа и 50.

### **Возведение в квадрат числа, близкого к 100.**

$$97^2 = (97 - 3) \cdot 100 + 3^2 = 9400 + 9 = 9409, \text{ где } 3 - \text{дополнение } 97 \text{ до } 100.$$

$$94^2 = (94 - 6) \cdot 100 + 6^2 = 8800 + 36 = 8836.$$

$$98^2 = 9604.$$

✚ Чтобы возвести в квадрат число, близкое к 100, надо из него вычесть дополнение данного числа до 100, к результату приписать квадрат дополнения.

➤ Если квадрат дополнения является однозначным числом, то перед ним записать цифру нуль.

### **Возведение в квадрат любого двузначного числа.**

а) Метод «пирамидка».

$$38^2 = (30 + 8)^2 = (30 + 8) \cdot (30 + 8) = (30 + 8) \cdot 30 + (30 + 8) \cdot 8 = 30 \cdot 30 + 8 \cdot 30 + 30 \cdot 8 + 8 \cdot 8 = 3 \cdot 3 \cdot 100 + 3 \cdot 8 \cdot 10 + 3 \cdot 8 \cdot 10 + 8 \cdot 8 = 3^2 \cdot 100 + 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 10 + 8^2 = 9 \cdot 100 + 48 \cdot 10 + 64 = 964 + 480 = 1444.$$

Можно оформить решение так:  $38^2 = 964$   $\left| \begin{array}{l} 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ и } 8^2 = 8 \cdot 8 = 64 \Rightarrow 964 \\ 24 \quad 3 \cdot 8 \cdot 10 = 240 \text{ или } 24 \text{ десятка} \\ + 24 \quad 3 \cdot 8 \cdot 10 = 240 \text{ или } 24 \text{ десятка, поэтому} \\ 1444 \quad \text{можно под числом } 964 \text{ записать два} \\ \quad \quad \quad \text{раза число } 24, \text{ сдвинув его на одну} \\ \quad \quad \quad \text{цифру влево, получилась «пирамидка»}. \end{array} \right.$

$$27^2 = 449 + 280 = 729.$$

$$84^2 = 6416 + 640 = 7056.$$

б) Метод «перекидки».

$$42^2 = 42 \cdot 42 = (42 + 2) \cdot 40 + 2^2 = 44 \cdot 40 + 4 = 1760 + 4 = 1764$$

$$78^2 = (78 + 8) \cdot 70 + 64 = 86 \cdot 70 + 64 = 6020 + 64 = 6084.$$

в) Метод «округления».

1) Для чисел, у которых цифра единиц больше 5:

$$47^2 = 47 \cdot 47 = 50 \cdot (47 - 3) + 3^2 = 50 \cdot 44 + 9 = 2200 + 9 = 2209.$$

$$26^2 = 30 \cdot 22 + 16 = 660 + 16 = 676.$$

1) Для чисел, у которых цифра единиц меньше 5:

$$73^2 = 73 \cdot 73 = 70 \cdot (73 + 3) + 3^2 = 70 \cdot 76 + 9 = 5320 + 9 = 5329.$$

$$82^2 = 80 \cdot 84 + 4 = 6720 + 4 = 6724.$$

г) Метод замены квадрата числа произведением.

$$29^2 = (29 - 9) \cdot (29 + 9) + 9^2 = 20 \cdot 38 + 81 = 760 + 81 = 841.$$

$$86^2 = (86 - 6) \cdot (86 + 6) + 6^2 = 80 \cdot 92 + 36 = 7360 + 36 = 7396.$$

$$54^2 = 50 \cdot 58 + 16 = 2900 + 16 = 2916.$$

д) Метод понижения числа на единицу.

$$28^2 = (28 - 1)^2 + 28 + (28 - 1) = 27^2 + 28 + 27 = 729 + 55 = 784.$$

$$56^2 = 55^2 + 56 + 55 = 3025 + 111 = 3136.$$

Минус этого приёма в том, что квадрат данного двузначного числа выражаем через квадрат числа на единицу меньше, который надо либо вычислять, либо снова понижать, и так до бесконечности.

**Возведение в квадрат любого двузначного числа по методу Алины.**

Приёмов возведения двузначных чисел в квадрат много и все они разные. Для каждой группы чисел надо знать своё правило, а удержать все правила в уме иногда невозможно.

Собирая материал для проекта, мне захотелось вывести свой приём быстрого возведения двузначного числа в квадрат.

Очень понравился приём возведения в квадрат чисел, оканчивающихся на 5. Он быстрый и понятный. А можно ли этот приём применить для любого числа? Изучая литературу, я нигде этого способа не увидела. Применяя его для любых двузначных чисел, вот что у меня получилось.

$$\text{Напомню: } 35^2 = 3 \cdot (3 + 1) \cdot 100 + 5^2 = 1200 + 25 = 1225.$$

Возведём по этому способу в квадрат число 36.

Мы знаем, что  $36^2 = 1296$ .

$$3 \cdot (3 + 1) \cdot 100 + 6^2 = 1200 + 36 = 1236, \text{ но } 1236 \neq 1296. \text{ Число } 1236 < 1296 \text{ на } 60.$$

Где же взять число 60? Можно догадаться, что  $60 = 30 \cdot 2$ , то есть удвоенное число десятков. Тогда получаем:

$$36^2 = 3 \cdot 4 \cdot 100 + 6^2 + 30 \cdot 2 = 1236 + 60 = 1296.$$

Рассмотрим другие примеры.

$$56^2 = 5 \cdot 6 \cdot 100 + 6^2 + 50 \cdot 2 = 3000 + 36 + 100 = 3036 + 100 = 3136.$$

$$46^2 = 2036 + 40 \cdot 2 = 2036 + 80 = 2116.$$

Я много раз возводила числа в квадрат и увидела такую закономерность:

- 1) Выпишем цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- 2) В этом ряду цифра 5 занимает середину; 4 и 6 отличаются от 5 на 1, они стоят на первом месте от 5; 3 и 7 – на втором; 2 и 8 – на третьем; 1 и 9 на четвёртом.

Пусть, например, надо возвести в квадрат число 39. Цифра 9 стоит на четвёртом месте от цифры 5, число 4 удваиваем, это будет 8, а теперь применяем приём:

$$39^2 = 3 \cdot 4 \cdot 100 + 9^2 + 30 \cdot 8 = 1200 + 81 + 240 = 1281 + 240 = 1521.$$

240 можно представить так:  $30 \cdot 2 \cdot 4$ , то есть десятки числа удвоить и умножить на номер места цифры единиц от цифры 5.



А как возвести в квадрат число, если цифра единиц меньше 5. Например,  $73^2$ . Число  $73 < 75$ , значит, применяя приём возведения в квадрат для 75, квадрат числа 73 будет меньше.

$$73^2 = 5329;$$

$73^2 = 5609$  – применяя приём возведения в квадрат для числа, оканчивающегося на 5. Но  $5329 \neq 5609$ .

Решим уравнение:  $73^2 = 5609 - x$

$$5329 = 5609 - x$$

$$x = 5609 - 5329$$


$x = 280$ , где  $280 = 70 \cdot 2 \cdot 2$ , первая двойка удваивает число десятков в числе; вторая двойка обозначает номер места цифры 3 от цифры 5.

Эврика! Способ найден!

$$73^2 = 7 \cdot 8 \cdot 100 + 3 \cdot 3 - 70 \cdot 2 \cdot 2 = 5609 - 280 = 5329.$$

Можно оформить решение и так:

$73^2 = 5609$	$7 \cdot 8 = 56; 3 \cdot 3 = 9 \Rightarrow 5609$
$- 28$	$70 \cdot 2 \cdot 2 = 280; \text{ это } 28$
$5329$	$\text{десятков, поэтому второе}$
	$\text{число можно подписать}$
	$\text{под первым, сдвинув его влево на одну цифру.}$

 Чтобы возвести любое двузначное число в квадрат, надо количество десятков умножить на следующее число и приписать квадрат числа единиц. К полученному результату прибавить (или из полученного результата вычесть) удвоенное произведение десятков числа, умноженное на порядковый номер места цифры единиц в числовом ряду  $1_4, 2_3, 3_2, 4_1, 5_1, 6_1, 7_2, 8_3, 9_4$  от цифры 5.

➤ Если квадрат числа единиц является однозначным числом, то перед ним записать цифру нуль.

Какой приём возведения двузначного числа в квадрат наиболее простой? Для себя я выбрала два приёма. Мне они оба понятные и несложные.

1)  $68^2 = 6^2 \cdot 100 + 8^2 + 60 \cdot 8 + 60 \cdot 8 = 3664 + 480 + 480 = 3664 + 960 = 4624.$

2)  $68^2 = 6 \cdot 7 \cdot 100 + 8^2 + 60 \cdot 2 \cdot 3 = 4264 + 360 = 4624.$

Какой приём выберите вы, думайте сами. Вам решать.

## **Заключение.**

Владение приёмами быстрого возведения двузначного числа в квадрат даёт возможность выбрать в каждом отдельном случае наиболее рациональные и эффективные пути вычислений, что приводит:

- к сокращению времени на вычисления;
- к защите от массы вычислительных ошибок;
- к ведению записи в строчку и отказа от традиционного письменного умножения.

Считаю, что возводить двузначные числа в квадрат легко и просто. Гипотеза доказана.

Умение считать в уме остаётся полезным навыком для современного человека, несмотря на то, что он владеет всевозможными устройствами, способными считать за него.

Возможность обходиться без калькулятора и в нужный момент оперативно решить поставленную арифметическую задачу – это здорово[1]!

## Список литературы

1. Умножай с умом. Учебно-методическое пособие для учащихся общеобразовательных учреждений /Лаптева Т.П. – М.: Перо, 2017.
2. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Диофант\\_Александрийский](https://ru.wikipedia.org/wiki/Диофант_Александрийский)
3. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Геометрия\\_\(Декарт\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Геометрия_(Декарт))
4. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Лейбниц,\\_Готфрид\\_Вильгельм](https://ru.wikipedia.org/wiki/Лейбниц,_Готфрид_Вильгельм)
5. <https://mirurokov.ru/открытый-урок/возведение-в-степень/история-возникновения-степени-числа.html>