

Перспективная модель ЕГЭ по математике.

Комплексные числа.

Математика

Выполнила: Грудинина Оксана Игоревна, учащаяся 10б класса, МБОУ ШР «СОШ №2», город Шелехов.

Руководитель: Барановская Ольга Леонидовна, учитель математики, МБОУ ШР «СОШ №2», город Шелехов.

Введение

В декабре 2020 года Федеральный институт педагогических измерений [2] опубликовал для общественного обсуждения перспективные модели измерительных материалов ЕГЭ на 2022 год, в том числе, по математике профильного уровня. Напомню, что в 2021 году ЕГЭ базового уровня отменен.

Особое волнение среди педагогов и старшеклассников вызывает тот факт, что в предложенной демоверсии три первых базовых задания, позволяющие выпускнику преодолеть минимальный порог на экзамене, заменили более сложными заданиями, в том числе, появилось задание по теме «Комплексные числа».

Мне стало интересно, и я решила сравнить демоверсии измерительных материалов 2021 года и перспективной, которая возможно будет внедрена в 2022 году, когда я буду выпускницей.

Мой вклад в решение проблемы: сравнение демоверсий измерительных материалов, разбор задания по теме «Комплексные числа».

Обзор литературы

Методическое пособие «Министерство сельского хозяйства Российской Федерации Департамент научно-технологической политики и образования Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный аграрный университет». Комплексные числа. Практикум. 2020 год [1].

Цель

Сравнение демоверсий измерительных материалов 2021 года и перспективной модели на 2022 год по математике профильного уровня [2].
Разбор задания по теме «Комплексные числа» из демоверсии перспективной модели измерительных материалов ЕГЭ профильного уровня.

Методы исследования

- 1.Поисковый.
2. Анализ, синтез (отбор необходимой информации, обобщение)
- 3.Практический

Результаты исследования

Сейчас измерительные материалы ЕГЭ профильного уровня включают 19 заданий:

- часть 1 содержит 8 заданий базового уровня (задания 1–8);
- часть 2 содержит 9 заданий повышенного уровня (задания 9–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

Что предлагается изменить?!

Убрать три базовых задания:

- 1 задание. – Простейшие текстовые задачи;
- 2 задание. – Чтение графиков и диаграмм;
- 3 задание. –Квадратная решетка.

Наряду с выше обозначенными изменениями происходит замена нумерации заданий:

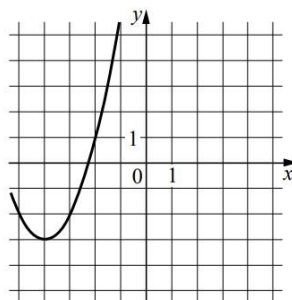
№1. Простейшие уравнения;

№2. Начало теории вероятности;

№ 3. Функции, графики функций (новое);

Приведу пример задания №3 из демоверсии измерительных материалов перспективной модели ЕГЭ профильного уровня:

- 3 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

[2]

- №4. Планиметрия;
- №5. Вычисления и преобразования;
- №6. Стереометрия;
- №7. Производная и первообразная;
- №8. Задачи с прикладным содержанием;
- №9. Текстовые задачи;
- №10. Вероятности повышенного уровня (новое);
- №11. Комплексные числа (новое);
- №12. Наибольшее и наименьшее значение функций;
- №13. Уравнения;
- №14. Стереометрическая задача;
- №15. Неравенства;
- №16. Финансовая математика;
- №17. Планиметрия;
- №18. Задача с параметром;
- №19. Числа и их свойства;

Рассмотрим задание №11 по теме «Комплексные числа».

Для начала приведу основные теоретические сведения по теме «Комплексные числа».

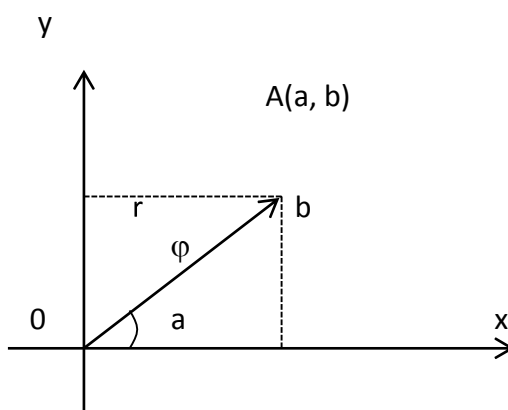
Определение. Комплексным числом z называется упорядоченная пара чисел (a, b) , над множеством которых по определенным правилам

можно производить следующие операции: сложение, умножение, деление, возведение в степень результаты которых также являются комплексными числами [1, с.2].

Определение. Комплексное число - это упорядоченная пара вещественных, или символ $z = a + ib$, где i - мнимая единица: $i^2 = -1$; a называется действительной, а b - мнимой частью z [1, с.2].

Понятие комплексного числа имеет **геометрическое истолкование**. Множество комплексных чисел является расширением множества действительных чисел за счет включения множества мнимых чисел. Комплексные числа включают в себя все множества чисел, которые изучались ранее. Так натуральные, целые, рациональные, иррациональные, действительные числа являются, вообще говоря, частными случаями комплексных чисел.

Если любое действительное число может быть геометрически представлено в виде точки на числовой прямой, то комплексное число представляется точкой на плоскости, (комплексной плоскости z) координатами которой будут соответственно действительная и мнимая части комплексного числа. При этом горизонтальная ось будет являться действительной числовой осью, а вертикальная - мнимой осью.



Таким образом, на оси Ox располагаются действительные числа a , а на оси Oy - чисто мнимые $-b$ [1, с.2].

Модулем комплексного числа называется длина вектора, соответствующего

этому числу: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Задание №11:

Про комплексное число z известно, что $|z-4-7i|=|z+4-i|$. Найдите наименьшее значение $|z|$ [2].

$z = a + ib$, в свою очередь $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Подставим в искомое равенство вместо z выражение, $a + ib$. Имеем:

$$|a + ib - 4 - 7i| = |a + ib + 4 - i|$$

Сгруппируем:

$$|(a-4) + i(b-7)| = |(a+4) + i(b-1)|$$

Видим, что внутри модуля комплексное число вида $z = a + ib$. Применим свойство $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Тогда:

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-4)^2 + (b-7)^2} &= \sqrt{(a+4)^2 + (b-1)^2} \\ (a-4)^2 + (b-7)^2 &= (a+4)^2 + (b-1)^2\end{aligned}$$

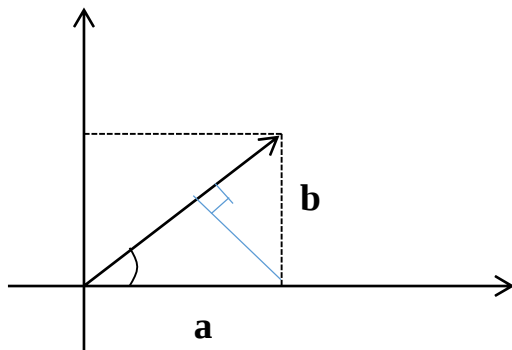
Применим формулы квадратов суммы и разности, упростим:

$$-16a - 12b = -48$$

$$4a + 3b = 12$$

Выразим b : $b = 4 - \frac{4}{3}a$

Модулем является расстояние от начала отсчёта до точки координатной прямой, соответствующей этому числу. Кратчайшее (наименьшее) расстояние – перпендикуляр.



Если $b=0$, то $a = 3$

Если $a=0$, то $b=4$

Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4, гипотенузой 5.

С одной стороны, площадь треугольника равна: $S = \frac{1}{2}a \cdot b$, $S=6$

С другой стороны: $S = \frac{1}{2}h \cdot a$, где a - основание

Отсюда следует: $6=0,5 \cdot h \cdot 5$, $h=2,4$. Высота – перпендикуляр, наименьшее расстояние, которое соответствует $|z|$.

Ответ: 2,4

Заключение

Я сравнила демоверсии измерительных материалов 2021 года и перспективной модели на 2022 год по математике профильного уровня [2]. Разобрала задание по теме «Комплексные числа» из демоверсии перспективной модели измерительных материалов ЕГЭ профильного уровня. На мой взгляд, уже в следующем учебном году задания по теме «Комплексные числа» необходимо включать в рабочие программы уроков, курсов внеурочной деятельности. И тогда у выпускников не возникнет сложностей с решением этого задания на экзамене.

Список литературы

1. «Министерство сельского хозяйства Российской Федерации Департамент научно-технологической политики и образования Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный аграрный университет» Комплексные числа 2020.
2. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fipi.ru/> (дата обращения 22.03.2021).

